

Ue Statistik u. Wahrscheinlichkeitsth. f. Inf. 107.251 W 2002/3 http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/	Di 12-17 HS:
	2.Blatt
Werner GURKER Tel.: 58801-107-24 Spr.: Di/Do 11-12 e-mail: W.Gurker@tuwien.ac.at	22. Oktober 2002

- 2.1** Häufig (bei Glücksspielen, Wetten, aber auch im Alltag) werden Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen nicht direkt, sondern in Form von Verhältnissen angegeben. So sagt man beispielsweise, die Chancen (engl. *odds*) für (den Eintritt von) A stehen 1 zu 10. Heißt das nun, daß die Wahrscheinlichkeit $W(A)$ von A gleich $1/9$, $1/10$ oder $1/11$ ist? Umgekehrt: Wenn beispielsweise $W(A) = 2/3$, stehen dann die Chancen (für den Eintritt von A) 2 zu 3, 3 zu 2, oder 2 zu 1 ?
- 2.2** Ein Tennismatch wird nach der bo5-Regel ("best of five") ausgetragen, d.h. derjenige gewinnt, der als erster drei Sätze für sich entscheidet. Beschreiben Sie den Spielverlauf mit Hilfe eines geeigneten Merkmalraums. Wieviele Elemente hat der Merkmalraum? Welche Ereignisse sollte ein passendes Ereignissystem zumindest umfassen? Beschreiben Sie auf Basis des Merkmalraums das Ereignis: „Spieler B gewinnt in vier Sätzen“.
- 2.3** Auf einem (dünnen) Holzstab der Länge 1 [m] werden willkürlich zwei Stellen markiert; anschließend wird der Stab an diesen Stellen durchgesägt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit läßt sich aus den so entstehenden Stücken ein Dreieck bilden? (*Hinweis:* Argumentieren Sie geometrisch.)
- 2.4** Aus sechs Studenten und sechs Studentinnen werden Arbeitsgruppen zu je zwei Personen gebildet. Die Einteilung soll dabei ganz zufällig erfolgen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es keine gemischtgeschlechtlichen Gruppen?
- 2.5** A und B sind Ereignisse mit $W(A) = 0.4$ und $W(B) = 0.7$. Man ermittle den möglichen minimalen und maximalen Wert von $W(A \cap B)$ und gebe Bedingungen an, unter denen die Extremwerte angenommen werden.
- 2.6** Wenn sich k Personen zufällig auf n ($n > k$) in einer Reihe aufgestellte Stühle setzen, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie k benachbarte Stühle belegen? Was ändert sich, wenn die n Stühle im Kreis aufgestellt sind?
- *2.7** Man betrachte als Merkmalraum M die Menge der natürlichen Zahlen \mathbb{N} und als Ereignissystem \mathcal{E} die Klasse aller Teilmengen A von M für die gilt: A ist endlich oder A^c ist endlich. So gehört beispielsweise die Menge $\{10, 11, \dots\}$ zu \mathcal{E} , da das Komplement dieser Menge endlich ist; hingegen gehört beispielsweise die Menge der geraden Zahlen nicht zu \mathcal{E} , da weder die Menge selbst noch ihr Komplement endlich ist.
- (a) Ist das so definierte Ereignissystem \mathcal{E} ein Ereignisfeld (d.h. ein orthokomplementärer σ -vollständiger Verband) auf M ?
- (b) Wahrscheinlichkeiten für Elemente aus \mathcal{E} werden nun wie folgt definiert:
- $$W(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A \text{ endlich} \\ 1 & \text{falls } A^c \text{ endlich} \end{cases}$$
- Man überlege sich, daß die so definierten Wahrscheinlichkeiten endlich additiv nicht aber σ -additiv sind (ansonsten aber alle Eigenschaften einer Wahrscheinlichkeitsverteilung haben).
- *2.8** Vier Reisende in einem Zugabteil entdecken, daß sie an drei aufeinander folgenden Tagen geboren sind, zwei von ihnen sogar am selben Tag.
- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eines solchen Ereignisses?
Hinweis: Nehmen Sie als Merkmalraum alle Tupel (b_1, b_2, b_3, b_4) , wobei b_i der Geburtstag des Reisenden i ist, insgesamt also 365^4 Tupel. (Vereinfachende Annahme: Alle gleichwahrscheinlich; keine Schaltjahre)
- (b) Angesichts der (sehr) kleinen Wahrscheinlichkeit des obigen Ereignisses: Handelt es sich dabei um ein *bemerkenswert* seltenes Ereignis? Vergleichen Sie das Ereignis etwa mit demjenigen, daß die Reisenden beispielsweise am 12. Jänner, am 23. Februar, 24. April und 6. September geboren sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dieses letzteren Ereignisses?

*) Beispiel auf freiwilliger Basis